

# Combinaison de méthodes de contrôle optimal pour l'évitement de collision dans le trafic aérien

Loïc Cellier, Sonia Cafieri, Frédéric Messine

► **To cite this version:**

Loïc Cellier, Sonia Cafieri, Frédéric Messine. Combinaison de méthodes de contrôle optimal pour l'évitement de collision dans le trafic aérien. ROADEF 2013, 14ème congrès annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, Feb 2013, Troyes, France. hal-00934775

**HAL Id: hal-00934775**

**<https://hal-enac.archives-ouvertes.fr/hal-00934775>**

Submitted on 3 Apr 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Combinaison de méthodes de contrôle optimal pour l'évitement de collision dans le trafic aérien

Loïc Cellier<sup>1,3</sup>, Sonia Cafieri<sup>1,3</sup>, Frédéric Messine<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> ÉNAC, F-31055 Toulouse, France {loic.cellier, sonia.cafieri}@enac.fr

<sup>2</sup> ÉNSÉÉIHT, F-31071 Toulouse, France frederic.messine@n7.fr

<sup>3</sup> Université de Toulouse, F-31400 Toulouse, France

**Mots-clés** : *conflit aérien, évitement de collision, gestion du trafic, régulation en vitesse, contrôle optimal, méthode directe, méthode indirecte, Principe du Maximum de Pontryagin.*

Pour prévenir le risque de collision, le rôle du contrôle aérien est en particulier d'assurer une distance minimale de séparation entre tout couple d'avions. Cette dernière correspond à 1000 ft verticalement et 5 NM horizontalement<sup>1</sup> ; on dit qu'il y a *conflit* si elle n'est pas respectée. Face à la densité croissante du trafic, différentes approches de détection et de résolution de conflits ont été proposées (e.g., *Kuchar et Yang* [5]). La plupart des travaux porte sur des déviations de trajectoire, à partir de changements en altitude et/ou en cap. Récemment, le projet Européen ERASMUS<sup>2</sup> (e.g., *Bonini et al* [1]) met en avant la stratégie de manœuvre en vitesse. Ainsi, basés sur de petites variations de vitesse, de nouveaux modèles, de type MILP ou MINLP, ont été développés (*Cafieri et al* [3], *Rey et al* [6]). Nous nous focalisons également sur la régulation en vitesse, en proposant un modèle de contrôle optimal. Une méthode basée sur la combinaison de méthodes directe et indirecte de contrôle optimal est développée et validée numériquement.

Notre modèle formalise la résolution de *conflits aériens* selon les termes du contrôle optimal. Soucieux des dépenses énergétiques, notre choix est de minimiser un coût quadratique pénalisant les variations de vitesse, sur l'ensemble  $I$  des  $n$  avions et sur l'horizon temporel allant de  $t_0$  à  $t_f$ . Un système dynamique, dépendant du temps ( $t$ ), nous permet à partir de notre commande – la variable d'accélération ( $u$ ) – de déduire la vitesse ( $v$ ) puis, connaissant la direction de trajectoire ( $d$ ), la position ( $x$ ) pour chaque avion. De plus, pour des raisons opérationnelles, les vitesses et positions sont bornées. Nous avons des conditions initiales et des conditions finales sur la vitesse et/ou la position. Enfin la contrainte de séparation garantit que tout couple d'avions se trouve à une distance supérieure à la norme de séparation demandée ( $D$ ). Le modèle mathématique est le suivant :

$$(\mathcal{P}) \left\{ \begin{array}{l} \min_u \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^{t_f} u_i^2(t) dt \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t), \quad \dot{x}_i(t) = v_i(t)d_i \quad \forall t \in [t_0, t_f], \forall i \in I \\ D^2 - \|x_i(t) - x_j(t)\|^2 \leq 0 \quad \forall t \in [t_0, t_f], \forall i < j \\ (+ \text{ les conditions initiales et terminales}) \end{array} \right.$$

En observant la contrainte de séparation, nous procédons, via un prétraitement, à une *décomposition spatiale et temporelle du problème de conflit potentiel* (voir Figure 1). En utilisant les trajectoires prédéfinies, nous pouvons distinguer des *régions* suivant la nécessité de vérification de la contrainte de séparation. D'un point de vue spatial, soit  $x_{enter}^{ij}$  le premier (par ordre chronologique) point de la trajectoire de l'avion  $i$  pour lequel sa distance avec la trajectoire

1. unités de mesure : 1 NM (nautical mile) = 1852 m ; 1 ft (feet) = 0.3048 m.

2. acronyme pour : "En-Route Air traffic Soft Management Ultimate System".

de l'avion  $j$  correspond à la norme de séparation. Toujours au moyen des projections, notons  $x_{exit}^{ij}$  le dernier point de la trajectoire de l'avion  $i$  pour lequel sa distance avec la trajectoire de l'avion  $j$  correspond à la norme de séparation. Similairement, pour l'avion  $j$ , nous collectons les points de la trajectoire ( $x_{enter}^{ji}$  et  $x_{exit}^{ji}$ ) d'entrée et de sortie de *zone*. Nous pouvons aussi effectuer la décomposition du problème d'un point de vue temporel, en utilisant les intervalles de vitesse, et en observant les instants d'entrée et de sortie de *zone* (respectivement,  $t_1$  et  $t_2$ ).

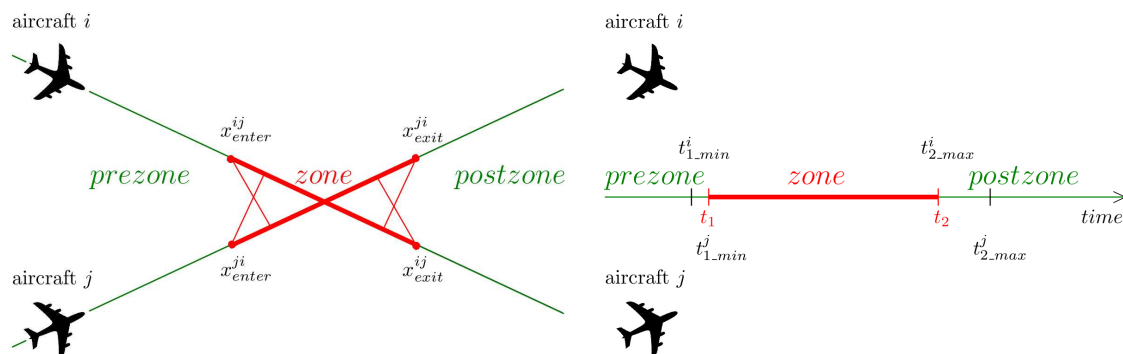


FIG. 1 – Décomposition spatiale et temporelle du problème de conflit potentiel.

Nous définissons alors des phases temporelles sur la durée totale (de  $t_0$  à  $t_f$ ) du problème considéré. La *prezone*, la *zone* et la *postzone* correspondent respectivement aux périodes de temps  $[t_0, t_1]$ ,  $[t_1, t_2]$  et  $[t_2, t_f]$ . La *prezone* et la *postzone* sont caractérisées par l'absence de la contrainte de séparation. Sur ces sous-problèmes, libérés de la difficile contrainte de séparation sur les variables d'état, nous pouvons appliquer une méthode indirecte (résolution analytique) grâce au *Principe du Maximum de Pontryagin* (e.g., Bryson et Ho [2]). Seulement sur la partie restante (*zone*), basée sur la discrétisation du temps, nous mettons en place une méthode directe (avec un intégrateur numérique de type *Euler*), ce qui nous ramène à la résolution d'un problème non linéaire.

Pour la résolution du problème, nous utilisons l'environnement AMPL [4] et le solveur nonlinéaire IPOPT [7]. Les résultats numériques obtenus par cette approche hybride sont encourageants par rapport à ceux issus de la méthode directe appliquée seule à toute la fenêtre de temps.

## Références

- [1] D. Bonini, C. Dupré, and G. Granger. How ERASMUS can support an increase in capacity in 2020. In *Proceedings of the 7th International Conference on Computing, Communications and Control Technologies : CCCT 2009, Orlando, Florida, 2009*.
- [2] A.E. Bryson and Y.-C. Ho. *Applied optimal control - optimization, estimation and control*. Taylor & Francis Group, 1975.
- [3] S. Cafieri and N. Durand. A mixed-integer optimization model for air traffic deconfliction. In *Proceedings of the Toulouse Global Optimization workshop*, 2010.
- [4] R. Fourer, D. Gay, and B.W. Kernighan. *AMPL : a modeling language for mathematical programming*. Thomson/Brooks/Cole, 2003.
- [5] J. Kuchar and L. Yang. A review of conflict detection and resolution modeling methods. *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, 1(4) :179–189, 2000.
- [6] D. Rey, C. Rapine, R. Fondacci, and N-E. El Faouzi. Potential air conflicts minimization through speed regulation. *Transportation Research Board*, 2012.
- [7] A. Wächter and L.T. Biegler. On the implementation of primal-dual interior point filter line search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 106(1) :25–27, 2006.