

Recuit simulé adaptatif pour l'optimisation de trajectoire d'avion

Clément Bouttier, Sébastien Gadat, Sébastien Gerchinovitz, Florence Nicol

▶ **To cite this version:**

Clément Bouttier, Sébastien Gadat, Sébastien Gerchinovitz, Florence Nicol. Recuit simulé adaptatif pour l'optimisation de trajectoire d'avion. ROADEF 2016, 17ème édition du congrès annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision„ Feb 2016, Compiègne, France. hal-01799483

HAL Id: hal-01799483
https://enac.hal.science/hal-01799483

Submitted on 24 May 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Recuit simulé adaptatif pour l'optimisation de trajectoire d'avion

Clément Bouttier[2,3,4], Sébastien Gadat[1], Sébastien Gerchinovitz[2], Florence Nicol[3]

[1] TSE, Toulouse School of Economics
21, allée de Brienne 31015 Toulouse Cedex 6, France
sebastien.gadat@tse-fr.eu

[2] IMT, Institut de mathématiques de Toulouse université Toulouse III Paul Sabatier
118 route de Narbonne 31062 Toulouse Cedex 9, France
sebastien.gerchinovitz@math.univ-toulouse.fr

[3] ENAC, École nationale de l'aviation civile
7 avenue Édouard Belin 31055 Toulouse Cedex 4, France
nicol@recherche.enac.fr

[4] AIRBUS Opérations SAS
316 route de Bayonne 31060 Toulouse Cedex 9, France
clement.bouttier@airbus.com

Mots-clés : *recherche opérationnelle, optimisation stochastique, trajectoire d'avion, modèle de performance avion*

1 Introduction

L'optimisation de la consommation de carburant associée aux trajectoires d'avions est un sujet de recherche majeur dans l'industrie aéronautique. De nombreuses solutions ont été proposées en considérant des modèles de dynamique avion simplifiés [1]. Cependant, on ne trouve que très peu d'approches utilisant les codes de calculs les plus précis fournis par les constructeurs d'avions. Ceci s'explique avant tout par le fait que ceux-ci réclament plusieurs secondes pour évaluer le coût d'une trajectoire. Un deuxième frein à l'utilisation de ces codes est l'absence de garantie dans la régularité de leur surface de réponse. Ceci écarte les méthodes d'optimisation avec dérivée et augmente à nouveau le temps de calcul. Il s'agit en résumé d'un problème non convexe, non lisse qui doit être résolu par des méthodes d'ordre zéro. La méta heuristique dite du recuit simulé est un choix classique pour résoudre ce type de problème. Elle ne s'applique cependant pas directement ici car dans un contexte opérationnel plusieurs entrées des modèles de performance sont incertaines comme la météo ou la masse de l'appareil.
Nous proposons donc ici une version bruitée du recuit simulé inspirée de [3] adaptée à ce problème. Nous mettons en évidence une relation entre décroissance de la température et précision requise dans l'évaluation de la performance. Les trajectoires obtenues sont alors comparées aux trajectoires obtenues à l'aide des modèles approchés sur la base des évaluations boîtes noires. Nous montrons qu'elles sont à la fois plus robustes et moins coûteuses en moyenne que les trajectoires obtenues par les méthodes déterministes.

2 Recuit simulé en environnement bruité

On cherche à résoudre un problème de la forme :

$$\min_{x \in E} \mathbb{E}_\omega(f(x,\omega)) \quad \text{sc} \quad \phi(x) \in \Phi, \tag{1}$$

où x représente une trajectoire d'avion, E l'espace des trajectoires, f la fonction de coût, ω l'incertitude et $\phi(x) \in \Phi$ les contraintes qui portent sur les trajectoires.

Le mécanisme d'exploration de type recuit simulé a été largement étudié et utilisé pour des contextes d'optimisation où la fonction de coût f peut être évaluée rapidement avec grande précision. W. Gutjahr et G. Pflug [3] ont montré que l'algorithme du recuit simulé en environnement bruité conserve ses propriétés de convergence. Ce résulat est établi dans le cas où l'espace d'états E est fini et où l'évaluation de la fonction de coût à l'étape k de l'algorithme est de la forme : $\forall x_i \in E,\ \tilde{f}_k(x_i) = f(x_i) + \epsilon_i(k)$ avec $\epsilon_i(k)$ une suite i.i.d. de variables aléatoires gaussiennes de variance contrôlable $\sigma_i^2(k) = \mathcal{O}\ (k^{-2\gamma})$ avec $\gamma > 1$. Ce résultat ne peut cependant pas s'appliquer à notre problème car l'hypothèse de gaussienité n'est pas vérifiée dans le contexte du trafic aérien : on considérera par exemple l'erreur induite par des perturbations de contrôle aérien. De plus, le contrôle de la variance requiert au moins k^2 évaluations de la fonction objectif à l'étape k, ce qui est prohibitif en terme de temps de calcul.
Une autre méthode de gestion du bruit dans l'évaluation de la fonction de coût pour ce type d'algorithme a été proposée dans [2]. Il s'agit ici d'utiliser la variance du bruit d'évaluation comme équivalent à la température en utilisant comme critère d'acceptation d'une trajectoire x_j proposée par l'algorithme à l'étape k :

$$\mathbb{P}(X_{k+1} = x_j | X_k = x_i) = \mathbb{P}(\widehat{\mathbb{E}(\tilde{f}(x_j))}_k < \widehat{\mathbb{E}(\tilde{f}(x_i))}_k),$$

où X_k représente la solution courante, à la place du mécanisme classique dit de Métropolis-Hastings. Ceci est équivalent, pour le contexte d'erreur utilisé dans [3], à considérer le noyau de transition Q suivant :

$$\forall x_i, x_j \in E, \quad Q_{x_i \to x_j}(\sigma_k) = \begin{cases} \frac{\mathbb{1}_{E_i}(j)}{|E_i|} \Phi\left(\frac{-(\mathbb{E}(f(x_j)) - \mathbb{E}(f(x_i)))}{\sigma_k}\right) & \text{if } x_j \neq x_i \\ 1 - \sum\limits_{k \in E_i / \{x_i\}} Q_{x_i \to x_k}(\sigma_k) & \text{if } x_j = x_i, \end{cases} \tag{2}$$

où Φ désigne la fonction de répartition de la loi gaussienne standard, E_i un voisinage de x_i et $|E_i|$ son cardinal. Nous montrons alors que le nombre N_k d'évaluations nécessaire à l'étape k est alors de l'ordre $N_k \propto \log(2+k)^2$.

3 Résultats numériques

Dans ce travail, nous présentons les performances numériques des deux méthodes de recuit simulé en environnement bruité présenté précédemment. Nous considérons par ailleurs une version "accélérée" du mécanisme avec évaluation de type Monte-Carlo. En effet, les expériences montrent que les bornes théoriques ne sont pas optimales en pratique. Enfin, nous comparons les moyennes et les variances des coûts des trajectoires obtenues par les différents recuits avec celles obtenues par les algorithmes déterministes (contrôle optimal et portée spécifique maximale locale) sur la base des résultats des codes de calcul fournis par les constructeurs.

Références

[1] John T. Betts. Survey of numerical methods for trajectory optimization. *Journal of Guidance,Control, and Dynamics*, 21(2) :193–207, March 1998.

[2] T.MA. Fink. *Inverse protein folding, hierarchical optimisation and tie knots.* PhD thesis, University of Cambridge, 1998.

[3] W.J. Gutjahr and G.Ch. Pflug. Simulated annealing for noisy cost functions. *Journal of Global Optimization*, 8(1) :1–13, 1996.