



**HAL**  
open science

## SSW-2D : un logiciel open-source et gratuit pour la propagation par méthode split-step wavelet

Rémi Douvenot, Alexandre Chabory

► **To cite this version:**

Rémi Douvenot, Alexandre Chabory. SSW-2D : un logiciel open-source et gratuit pour la propagation par méthode split-step wavelet. ENVIREM, Oct 2022, Palaiseau, France. hal-03940514

**HAL Id: hal-03940514**

**<https://hal-enac.archives-ouvertes.fr/hal-03940514>**

Submitted on 16 Jan 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# SSW-2D : un logiciel open-source et gratuit pour la propagation par méthode split-step wavelet

Rémi Douvenot  
TELECOM/EMA  
ENAC, Toulouse Univ.  
Toulouse, France  
remi.douvenot@enac.fr

Alexandre Chabory  
TELECOM/EMA  
ENAC, Toulouse Univ.  
Toulouse, France  
alexandre.chabory@recherche.enac.fr

## Index Terms—propagation, split-step, ondelettes

**Abstract**—Dans ce papier, le logiciel SSW-2D pour la modélisation de la propagation par méthode split-step wavelet (SSW) est présenté. SSW améliore la méthode split-step Fourier (SSF) classiquement utilisée pour la modélisation déterministe de la propagation sur de grandes scènes. Cependant, coder cette méthode s'avère bien plus complexe et nécessite une compréhension fine de la décomposition en ondelettes. C'est pourquoi un logiciel clé en main s'avère utile pour permettre à la communauté de la propagation de s'approprier SSW.

Ce logiciel open source (sous licence GNU GPL V3) vient avec une interface graphique pour une utilisation basique. Il est aussi possible de passer par des fichiers csv. Cette deuxième option est préférable si l'on veut modifier ou améliorer le code.

Ce papier présente succinctement SSW et positionne cette méthode face à SSF. De plus, les modules composant le logiciel SSW-2D sont détaillés.

## I. INTRODUCTION

La modélisation déterministe de la propagation des ondes radio sur de longues distances est un sujet majeur pour la surveillance et les télécoms notamment. La méthode de résolution split-step Fourier (SSF) est largement utilisée tant pour modéliser les ondes radio qu'acoustiques. Pour les ondes radio, la généralisation date de l'introduction de la transformée de Fourier mixte discrète (DMFT) pour gérer les sols impédants [1]. On retrouve ces méthodes dans tous les codes SSF modernes.

Le prochain pas majeur à franchir est le passage à la 3D. Si certains travaux se sont révélés intéressants, la méthode SSF en 3D n'est aujourd'hui pas popularisée. La faute à des temps de calcul et des ressources mémoires nécessaires trop importants. Ce constat est la motivation première pour le développement de la méthode split-step wavelet (SSW).

La méthode SSF est basée sur une modélisation de la propagation en 2 étapes : une propagation dans le domaine de Fourier, et la prise en compte de l'environnement dans le domaine spatial. La méthode SSW imite SSF, excepté que la propagation s'effectue dans le domaine des ondelettes [2]. D'un côté, cela permet de gagner en temps de calcul, la transformée en ondelettes étant plus rapide que la transformée de Fourier [3], et en espace mémoire car la décomposition en ondelettes est très puissante pour la compression. De l'autre côté, la propagation, opérateur diagonale dans le domaine

de Fourier, est plus complexe à prendre en compte dans le domaine des ondelettes.

Le but de ce papier est d'introduire le lecteur à la méthode SSW et de montrer les possibilités qu'offre le logiciel SSW-2D [4]. Ce logiciel a été développé pour des besoins de recherche et de pédagogie en premier lieu. Le but final est que la communauté de la propagation puisse améliorer cette méthode pour disposer *in fine* d'un code de propagation 3D efficace.

En Section II, la méthode SSW et les capacités du logiciel SSW-2D sont présentées. La section IV est une discussion plus large sur la méthode et des pistes de recherche associée.

## II. LA MÉTHODE SPLIT-STEP WAVELET

### A. Bases théoriques

Nous supposons un scénario 2D, avec une invariance selon  $\theta$  en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . Nous supposons de plus un régime harmonique avec une dépendance temporelle en  $e^{j\omega t}$ . En négligeant la rétro-propagation et en utilisant l'approximation  $\sqrt{1+A+B} \approx \sqrt{1+A} + \sqrt{1+B} - 1$  pour  $A, B \ll 1$ , l'équation de propagation est réduite à une équation du premier ordre en  $r$  dont la solution itérative est donnée par

$$u(r + \Delta r, z) = e^{\left[-jk_0(n-1) - j\left(\sqrt{k_0^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}} - k_0\right)\right]\Delta r} u(r, z), \quad (1)$$

où  $u = Ee^{jk_0 r}$  est le champ réduit.  $k_0$  est le nombre d'onde dans le vide et  $n$  l'indice de réfraction.

La méthode classique SSF consiste à résoudre numériquement cette équation en passant le second terme dans le domaine de Fourier, ce qui donne

$$u(r + \Delta r, z) = e^{-jk_0(n-1)\Delta r} \mathcal{F}^{-1} \left[ e^{-j(k_r - k_0)\Delta r} \mathcal{F} [u(r, z)] \right], \quad (2)$$

où  $\mathcal{F}$  est la transformée de Fourier et  $k_r$  le nombre d'onde horizontal. Notez que le terme  $e^{-j(k_r - k_0)\Delta r}$  est le propagateur en espace libre, en cela qu'il transforme le spectre d'ondes planes en  $r$  en le spectre d'ondes planes en  $r + \Delta r$ , considérant de l'espace libre sur la distance parcourue.

De façon similaire, la résolution numérique de (1) par méthode SSW est donnée par

$$u(r + \Delta r, z) = e^{-jk_0(n-1)\Delta r} \mathcal{W}^{-1} [\mathcal{P}\mathcal{W} [u(r, z)]], \quad (3)$$

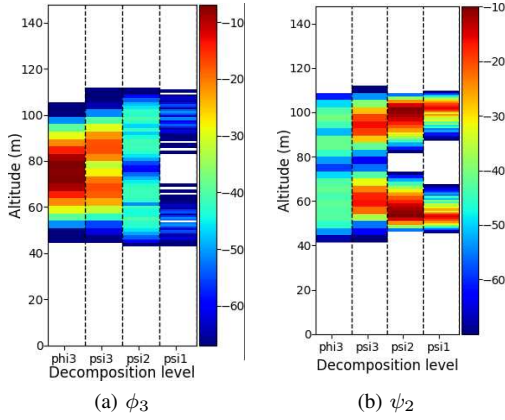


Fig. 1: Deux propagateurs dans le domaine des ondelettes : pour la fonction d'échelle (à gauche) et pour une ondelette (à droite).

où  $\mathcal{W}$  est la décomposition en ondelettes, et  $\mathcal{P}$  est le propagateur dans le domaine des ondelettes. Une étape de compression, non notée ici par souci de concision, vient juste après la décomposition. Les détails et la validation de l'algorithme sont donnés dans [2]. Nous y démontrons notamment la complexité de la méthode en  $\mathcal{O}(N_z)$  contre  $\mathcal{O}(N_z \log(N_z))$  pour SSF. La création et l'utilisation du propagateur sont les parties complexes de la méthode. Ces points sont développés dans [5].

### B. La propagation en espace libre

Dans le cas d'une propagation par SSF, l'étape de propagation est réalisée par la multiplication par le terme  $e^{-j(k_r - k_0)\Delta r}$ . En effet, il s'agit d'un opérateur diagonal appliqué à chaque élément du spectre d'ondes planes.

Dans le domaine des ondelettes, le champ est représenté par un nombre faible de coefficients. (Le taux de compression est généralement supérieur à 80 %.) Cependant, l'opérateur de propagation en espace libre  $\mathcal{P}$  n'est pas diagonal. À chaque niveau d'ondelette correspond un propagateur propre, calculé au préalable (à ce jour par SSF). Il prend la forme d'une matrice creuse. Deux exemples de propagateurs sont donnés en Fig. 1. La propagation se rapporte finalement à la multiplication de 2 matrices creuses : celle du champ d'un côté et celle des propagateurs dans l'autre.

### C. Split-step Fourier vs. split-step wavelet

En terme de validité, on peut noter en premier lieu que SSF et SSW ont le même domaine d'application. Les approximations physiques sont identiques : hypothèse de paraxialité, propagation vers l'avant.

SSW apporte une approximation supplémentaire qui est d'ordre numérique. Des étapes de compression qui rendent les signaux parcimonieux (le propagateur comme le champ à chaque pas de calcul) impliquent des pertes d'information. Cette perte d'information peut être maîtrisée. Bonnafont *et al.* [6] indiquent la valeur des seuils de compression pour garder l'erreur numérique sous un niveau souhaité d'erreur

	SSW	SSF
wavelet dec. / DFT	$\mathcal{O}(N_z)$	$\mathcal{O}(N_z \log N_z)$
propagation	$\mathcal{O}(N_e)$	$\mathcal{O}(N_z)$
wavelet rec. / IDFT	$\mathcal{O}(N_z)$	$\mathcal{O}(N_z \log N_z)$

TABLE I: Complexités des algorithmes SSF et SSW sur un pas de propagation.

maximale. Notons qu'en pratique, l'erreur de compression se trouve largement en-dessous de ce maximum. Notamment car une partie significative de cette erreur est absorbée dans la couche d'apodisation en haut du domaine.

Ainsi, les précisions et cadres d'application des deux méthodes étant similaires, l'intérêt de SSW se trouve dans le temps de calcul et dans le gain en ressources mémoire. Les complexités des deux méthodes sont indiquées en Table I. Dans ce tableau, les complexités des 3 opérations effectuées à chaque pas de propagation (transformée directe, propagation, transformée inverse) sont indiquées.  $N_z$  est le nombre de points verticaux décrivant la scène.  $N_e$  est le nombre d'opérations nécessaires pour la multiplication entre le propagateur dans le domaine des ondelettes (parcimonieux) et la décomposition en ondelettes du signal (parcimonieux également). Les simulations donnent en pratique un nombre  $N_e$  de l'ordre de  $N_z$  au maximum.

La section suivante est dédiée à la présentation du logiciel SSW-2D.

## III. LE LOGICIEL SSW-2D

Le logiciel SSW-2D [4] intègre la génération d'un milieu complexe (relief et atmosphère) et l'algorithme SSW pour la propagation du champ électrique. Il s'articule en 5 modules Python : 4 modules indépendants et un module pour l'interface graphique. Le module `propagation` contient le cœur de calcul. Le module `source` est dédié à la génération d'un champ initial. `terrain` intègre la génération du relief. `postprocessing` permet de tracer le champ total en sortie à partir des coefficients d'ondelettes sauvegardés. Les entrées de ces modules sont renseignées via des fichiers csv.

Enfin, le module `GUI` est l'interface graphique. Il permet de remplir automatiquement les fichiers csv, de lancer les autres modules et de visualiser la configuration et le champ propagé, comme illustré en Fig. 2. On y retrouve les paramètres classiques de la méthode SSF et quelques paramètres supplémentaires liés aux décompositions en ondelettes et compressions associées.

Le logiciel à jour et sa documentation sont disponibles en ligne à l'adresse <https://github.com/remi-douvenot/ssw-2d>.

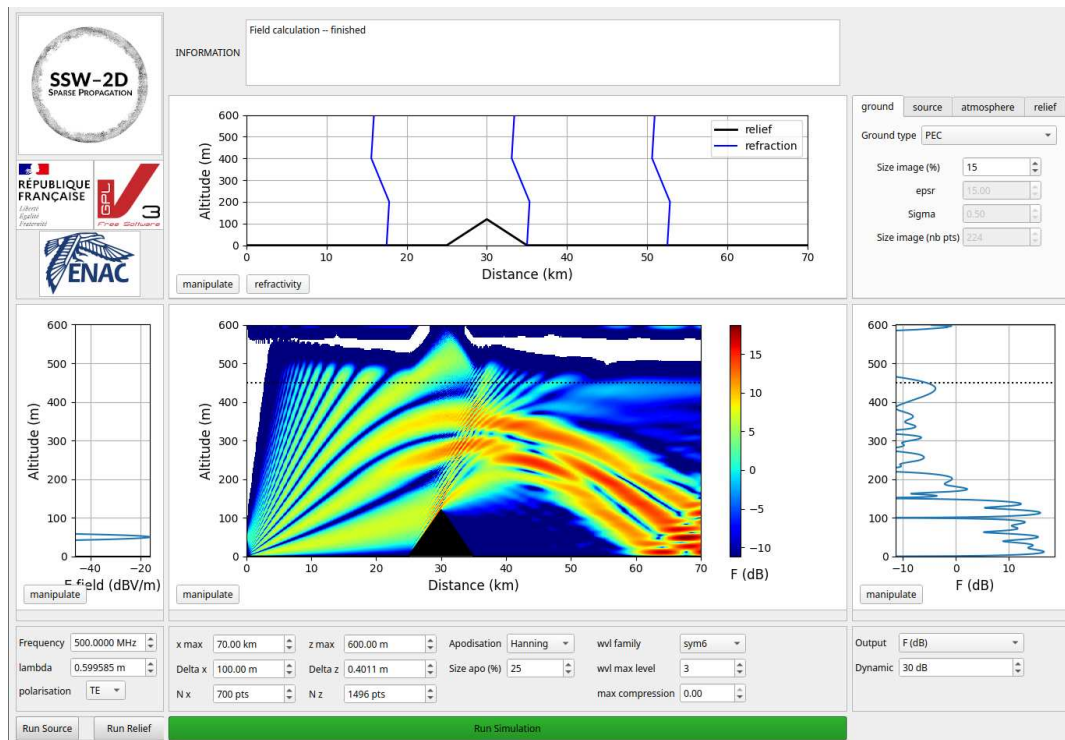


Fig. 2: Interface graphique du logiciel SSW-2D.

#### IV. DISCUSSION ET PISTES FUTURES

La méthode de propagation par SSW pour modéliser la propagation des ondes radio est aujourd'hui mature. Cependant, plusieurs pistes d'amélioration restent ouvertes. L'apodisation ne bénéficie pas aujourd'hui du caractère localisé des ondelettes. Ce processus est certainement améliorable. L'utilisation de SSW dans un milieu turbulent multi-échelle paraît aussi prometteur.

Il existe des méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles dans le domaine des ondelettes. On parle de coefficients de connexion [7], [8]. Il semble intéressant de chercher dans ce sens pour générer des propagateurs sans passer par une approximation numérique de la propagation. De même le propagateur pourrait alors contenir intrinsèquement une partie de l'effet de l'atmosphère.

Cependant, si la méthode SSW présente déjà de bons résultats, c'est sa version "wavelet-to-wavelet" qui semble la plus prometteuse. La propagation se base alors entièrement sur la décomposition en ondelettes, sans passage par le domaine spatial. Déjà proposée par notre équipe [9], il est aisé de la coder avec SSW-2D comme base. Cette méthode implique cependant des approximations physiques supplémentaires dont les conséquences sur le champ calculé ne sont pas encore pleinement maîtrisées. La prise en compte d'un relief demande notamment une hybridation avec SSW [9].

Le passage à la 3D en tenant compte de l'atmosphère est aujourd'hui opérationnelle. La difficulté en terme algorithmique, outre la dimension supplémentaire, est la gestion des ondelettes verticales, horizontales et obliques [10]. la prochaine

étape importante est la prise en compte d'un sol inhomogène en azimut et d'un relief impliquant une dépolarisation. Elle fera spécifiquement l'objet de travaux futurs.

#### REFERENCES

- [1] D. G. Dockery and J. R. Kuttler, "An improved impedance-boundary algorithm for Fourier split-step solutions of the parabolic wave equation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 1592–1599, 1996.
- [2] H. Zhou, R. Douvenot, and A. Chabory, "Modeling the long-range wave propagation by a split-step wavelet method," *Journal of Computational Physics*, vol. 402, p. 109042, 2020.
- [3] S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic press, 1999.
- [4] R. Douvenot, "SSW-2D: Split-step wavelet in 2D," 2022, software, hal-03697711.
- [5] T. Bonnafont, R. Douvenot, and A. Chabory, "A local split-step wavelet method for the long range propagation simulation in 2D," *Radio Science*, vol. 56, 2021. [Online]. Available: <https://hal-enac.archives-ouvertes.fr/hal-03121383>
- [6] —, "Determination of the thresholds in the split-step wavelet method to assess accuracy for long-range propagation," *URSI Radio Science Letters*, vol. 3, 2021.
- [7] G. Beyklin, "On the representation of operators in bases of compactly supported wavelets," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 6, pp. 1716–1740, 1992.
- [8] A. Iqbal and V. Jeoti, "A novel wavelet-galerkin method for modeling radio wave propagation in tropospheric ducts," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 36, pp. 35–52, 2012.
- [9] H. Zhou, A. Chabory, and R. Douvenot, "A fast wavelet-to-wavelet propagation method for the simulation of long-range propagation in low troposphere," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 70, pp. 2137–2148, Mar. 2022. [Online]. Available: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03381905>
- [10] T. Bonnafont, R. Douvenot, and A. Chabory, "Split-step wavelet with local operators for the 3D long-range propagation," in *15th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, 2021, pp. 1–5.